

## **Matematika – két tanítási nyelvű képzés**

### **Előkészítő évfolyam**

A célnyelven – franciául, illetve spanyolul - történő matematikaoktatás célja, hogy a tanulók képesek legyenek az idegen nyelven történő tanulásra, a szakmai és tudományos ismeretek idegen nyelven történő megértésére és elsajátítására. A tanulási folyamat során megszerzett tudás és tapasztalat, a szakmai nyelvben való jártasság teszik lehetővé, hogy a tanulók felsőfokú tanulmányaikat is esetleg idegen nyelven folytassák.

A gimnázium 9-12. évfolyama elé szervezett két tanítási nyelvű évfolyamon a nyelvi órák keretében lehetővé válik a matematikai szakszókincs megismerése és elsajátítása. A különböző tematikai egységekkel kapcsolatos legfontosabb szavak, kifejezések, fogalmak – a tanulók előzetes tudásának segítségével – idegen nyelven is beépülnek a korábbi ismeretek rendszerébe, majd ezek tovább bővülnek egy olyan komplex egységet képezve, amely hozzájárul a matematikai gondolkodásmód kialakításához.

Az előkészítő évfolyamon zajló matematikatanítás a korábbi ismeretek elmélyítését, begyakorlását veszi célba, megteremtve ezzel annak a lehetőségét, hogy a 9-12. évfolyamon a tanulók biztos alapokkal kezdjék a tantárgy idegen nyelven való tanulását.

Az előkészítő évfolyam legfontosabb célja az absztrakt gondolkodás képességének fejlesztése, a korszerű társadalom- és természettudományos ismeretek megalapozása, az alkotó gondolkodásra és gondolkodva cselekvésre nevelés, amelyet a korábbi ismeretek elmélyítésével, rendszerezésével érhetünk el.

A tanterv figyelembe veszi a kerettanterv követelményeit, fő témái a kerettantervben megfogalmazott témák:

Gondolkodási módszerek;

Számтан-algebra;

Függvények-sorozatok;

Geometria;

Valószínűség-statisztika.

### **Cél**

A tanterv legfontosabb célja a kerettantervben megfogalmazottaknak megfelelően a rugalmas, fegyelmezett gondolkodásra nevelés, a kreativitás fejlesztése. Fontos cél annak megmutatása, hogy a matematika a kultúrtörténet része, hogy a matematikai ismeretek lehetővé teszik a világ jobb megismerését. A matematikai ismeretek alkalmazása, s a megfelelően fejlett gondolkodás biztosítja több tantárgy megfelelő szintű megértését, tanulását. Az előkészítő év legfontosabb célja a matematikai ismeretek biztosabb alapra helyezése. Minél több önálló felfedezésen alapuló matematikai tevékenység, a kreatív gondolkodás fejlesztése, az önálló munka és a belső ellenőrzés igényének fejlesztése, a matematikai szövegértés, a matematika nyelvének fokozatos elsajátítása, a matematikai kommunikáció különböző tartalmainak felismerése, felhasználása, a tapasztalat alapján megfogalmazott összefüggés és a bizonyítás közti különbség fokozatos megértése.

## **Követelmény**

Az ismeretek pontosítása, rendszerezése, összefoglalása és feladatmegoldások segítségével biztos matematikai alapok megszerzése, amelyek lehetővé teszik a további évfolyamok tananyagának idegen nyelven történő elsajátítását.

### **Részletes követelmények:**

A tanuló

- készség szinten számoljon a racionális számkörben
- tudja alkalmazni a hatványozás azonosságait számításokban, oszthatósági problémák megoldásában,
- készség szinten tudjon megoldani elsőfokú egyenletet a mérlegelv alkalmazásával,
- tudja elvégezni algebrai egész kifejezések összevonását, szorzását, tudja alkalmazni a megtanult nevezetes azonosságokat,

- készség szinten tudjon ábrázolni lineáris függvényeket, ismerje a többi megtanult függvényt és tudja megfogalmazni szemléletes tulajdonságaikat, tudja ábrázolni konkrét transzformáltjaikat,
- ismerje a háromszögek tulajdonságait, nevezetes vonalait és pontjait,
- tudjon háromszöget szerkeszteni megfelelő adatokból,
- a diskussziós készsége legyen továbbfejleszhető,
- ismerje és tudja alkalmazni a tanult egybevágósági transzformációkat szerkesztési feladatokban, alakzatok tulajdonságainak indoklásánál,
- tudja módszeresen összeszámolni elemek lehetséges elrendezéseinek számát,
- értse a racionális szám fogalmát, ismerje tizedestört alakját,
- ismerje a zsebszámológép előnyét, hátrányát,
- ismerje a négyzetgyök fogalmát, azonosságait tudja számításokban alkalmazni,
- használja biztossággal a számok normálalakját.
- ismerje és tudja alkalmazni Pitagorasz tételét, Thalész tételét,
- tudjon megoldani lineáris egyenletet, különböző szöveges feladatoknál is,
- tudja ábrázolni a négyzetgyök függvényt, transzformáltjait, megfogalmazni a tulajdonságait.

Matematika előkészítő év

**Óraszám: 72 óra**

**Tanítási ciklus**

**2 óra / 1 hét**

**Részletes felsorolás**

## A tananyag felosztása:

### I. Gondolkodási módszerek: (12 óra)

1. Gondolkodási módszerek, a halmazelmélet elemei, a logika elemei

### II. Számтан, algebra : (27óra)

1. Számfogalom, műveletek (9 óra)

2. Algebrai kifejezések, egyenletek, egyenlőtlenségek (12 óra)

3. Számelmélet (6 óra)

### III. Összefüggések, függvények: (8 óra)

### IV. Geometria:(21 óra)

1. Ponthalmazok, alakzatok (10 óra)

2. Geometriai transzformációk (11 óra)

### V. Kombinatorika, valószínűség : (4 óra)

Gondolkodási módszerek, a halmazelmélet elemei, a logika elemei **Óraszám: 12**

## Cél

- A matematikai nyelv elemeinek célszerű használata a fokozatosság elve alapján.
- Konkrét halmazokkal kapcsolatban a halmazműveletek elvégzése, a halmazszemlélet fejlesztése.

## Tartalom

- Konkrét példák halmazokra. A részhalmaz, kiegészítő halmaz, unió, metszet szemléletes fogalma a konkrét példákhoz kapcsolódóan (számelmélet, számhalmazok, ponthalmazok).

- A bizonyítás fogalmának körüljárása több előfordult példa alapján. Szemléletes indoklás, bizonyítás fokozatos megkülönböztetése. "és", "vagy", "ha... akkor" kifejezések jelentése.
- Halmazműveletek (metszet, unió), részhalmaz, üres halmaz fogalmának használata, ezek rendszerezése.
- A skatulyaelv módszerével megoldható feladatok.
- Logikai szita formula előkészítése.
- "Ha, ... akkor" pontos használata, tétel és megfordítása.
- "Akkor és csak akkor" használata.

Számfogalom, műveletek **Óraszám: 9 óra**

## Cél

- A racionális számokkal való biztos számolás, a műveletek tudatos alkalmazása.
- A matematika nyelvének (célszerű jelölések, gondolati sorrend megjelenítése írásban) fokozatos megközelítése, a nyelv logikai elemeinek (és, vagy, ha... akkor) helyes használata.
- Gyakorlati problémák matematikai modelljének helyes megtalálása (arányossági problémák kapcsán).
- A racionális szám fogalmának, az eddig megismert számhalmazok kapcsolatának ismerete,
- A számolási készség további fejlesztése zsebszámológép segítségével is.
- A hatványokkal és négyzetgyökökkel való számolás, a normálalak biztos használata.

## Követelmény

A tanuló

- készség szinten tudja a racionális számkörben a négy alpműveletet elvégezni, pozitív egész kitevőjű hatványokkal számolni, az azonosságokat alkalmazni számításokban,
- alkalmazza helyesen a műveleti sorrendet, a zárójeleket, a hatványozás azonosságait,
- ismerje az aránypár fogalmát, tudja kiszámítani a százaléktéteket, a százaléklábat vagy az alapot a másik kettő ismeretében,
- ismerje fel helyesen az egyenes, illetve fordított arányossági kapcsolatokat, tudja ezeket alkalmazni,
- tudja megbecsülni számolásának várható eredményét, használja célszerűen a számolási algoritmusokat, lehetőleg zsebszámológép használata nélkül az egyszerűbb esetekben (kétjegyű egész számok négy alpművelet, kis nevezőjű törtek, egyszerűsítések, bővítések...)
- ismerje a racionális szám fogalmát, tudja indokolni lehetséges tizedestört alakját,
- ismerje a négyzetgyök fogalmát, tudja használni négyzetgyökökkel való számolásban,
- használja célszerűen a zsebszámológépet a szükséges számításokban,
- tudjon számok normálalakjával számolni,
- tudja az alpműveleteket elvégezni algebrai törtekkel.

## **Tartalom**

- A számegyenesen való tájékozódás, számhalmazok.
- Változatos feladatok a racionális számok körében végzett alpműveletek összefoglalására.
- Műveleti sorrend, zárójelhasználat.
- Kerekítés, közelítő értékek.

- Az összeadás és szorzás műveleti azonosságainak megfogalmazása a konkrét számítások kapcsán, majd általánosan is.
- Pozitív egész kitevőjű hatványozás, a hatványozás azonosságainak konkrét számolásban való felismerése után azok általános megfogalmazása.
- 0 és negatív egész kitevőjű hatványozás értelmezése.
- Arány, aránypár, egyenes arányosság, fordított arányosság fogalma, a százalékszámítás fogalmai, alap, százalékláb, százalék; ezek használata feladatmegoldásokban.
- A racionális szám fogalma, tizedestört alakja, az eddig megismert számhalmazok kapcsolata.
- A négyzetgyök fogalma, alkalmazása számolási feladatokban.
- A zsebszámológép használata hatványok és négyzetgyök meghatározásánál.
- Az algebrai tört fogalma, összevonásuk, szorzásuk, osztásuk.

Algebrai kifejezések, egyenletek, egyenlőtlenségek **Óraszám: 12 óra**

## Cél

- Az algebrai jelölésmód lényegének körüljárása, a betűkifejezésekkel kapcsolatos fogalmak átismétlése.
- Szöveges problémák megoldása egyenlettel, elsőfokú egyenletek lebontogatással és mérlegelvvel
- Elsőfokú, vagy arra vezető egyenletek megoldásának biztos ismerete.
- Szöveges feladatok lefordítása a matematika nyelvére,
- Az ellenőrzés szerepének hangsúlyozása és gyakorlása

## Követelmény

A tanuló

- ismerje a helyettesítési érték fogalmát, tudja kiszámítani racionális algebrai kifejezés helyettesítési értékét,
- helyesen vonjon össze algebrai kifejezéseket, végezze el többtagúak szorzását,
- legyen képes mindkét irányban alkalmazni a megismert nevezetes azonosságokat,
- értse a mérlegelv alapgondolatát és legyen képes azt alkalmazni lineáris egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásánál.
- készség szinten tudjon elsőfokú egyenletet megoldani,
- tudja a szóveges feladatok adatait táblázatba foglalni, egyenletet felállítani, megoldani, eredményét ellenőrizni.

## **Tartalom**

- Az algebrai kifejezés fogalma, algebrai egész kifejezések összevonása, többtagúak szorzása.
- Az összeadás és szorzás műveleti azonosságainak algebrai megfogalmazása.
- Nevezetes azonosságok: kéttagú összeg és különbség négyzete, két négyzetszám különbségének szorzat alakja. Az azonosságok alkalmazása mindkét irányban.
- A mérlegelv alkalmazása lineáris egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásánál, a megoldás ellenőrzése.
- Tört együtthatós elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása.
- Elsőfokú egyenletre vezető szóveges feladatok (mozgási, munkavégzéssel kapcsolatos, számjegyekkel kapcsolatos keverési feladatok), az adatok táblázatba rendezése, a megoldás ellenőrzése.



## **Cél**

- A matematika iránti érdeklődés felkeltése, illetve kitágítása számelméleti ismeretekkel.
- A matematikatörténeti vonatkozások felkutatása.
- Érdekes, változatos feladatok megoldása.
- Híres megoldatlan problémák.
- Oszthatósági kapcsolatok megfogalmazása halmazok metszetének, uniójának segítségével.

## **Követelmény**

A tanuló

- ismerje a prímszám, összetett szám, relatív prímelek fogalmát,
- készség szinten tudja elvégezni számok prímtényező felbontását,
- ismerje a legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös fogalmát, tudja ezeket kiszámítani két- három szám esetén,
- ismerje a tanult oszthatósági szabályokat és tudja ezeket alkalmazni feladatok megoldásában.

## **Tartalom**

- Prímszám, összetett szám fogalma, relatív prímelek. Számok prímtényező felbontása.
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös fogalma, kiszámításának módja, felhasználásuk a törtekkel végzett műveleteknél.
- Oszthatósági szabályok (2-vel, 4-gyel, 8-cal, 5-tel, 25-tel, 100-zal, 3-mal, 9-cel).
- Oszthatósági feladatok (a tanult algebrai azonosságok alkalmazása is).

## **Cél**

- Változó mennyiségek kapcsolatát leíró fogalmak átisméltése.
- A függvényszemlélet szintjének megállapítása.
- A derékszögű koordináta-rendszer biztos használata függvények grafikonjának készítésekor.
- A függvények felhasználási lehetőségeinek bemutatása (gazdasági, természettudományi témájú kapcsolatok, egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása).

## **Követelmény**

A tanuló

- készség szinten tudjon pontokat ábrázolni és pont koordinátáit leolvasni a derékszögű koordináta- rendszerben,
- különféle kapcsolatok közül tudja kiválasztani a függvénykapcsolatot,
- ismerje és helyesen használja az értelmezési tartomány, értékkészlet fogalmát, a függvények megadási módjait,
- tudja ábrázolni az első fokú, abszolút értékes, egyszerű másodfokú és lineáris törtfüggvényt,
- tudja megállapítani a függvények szemléletes tulajdonságait, ábrázolni konkrét transzformáltjaikat,
- legyen képes megismert függvények grafikonját felhasználni egyenlet és egyenlőtlenség megoldására.

- Az ismert függvényeket tudja ábrázolni és alkalmazni egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásánál.

## **Tartalom**

- Derékszögű koordináta-rendszer.
- Változó mennyiségek kapcsolata, ezek ábrázolása.
- A függvény fogalma, megadási módjai, ábrázolásuk Venn diagrammal, derékszögű koordináta-rendszerben.
- Az értelmezési tartomány, értékészlet fogalma, a függvények tulajdonságainak szemléletes leírása (növekedés, fogyás, zérushely, szélsőérték, paritás).
- Elsőfokú függvények, a bennük szereplő paraméterek jelentésének megfogalmazása konkrét függvények vizsgálata után
- Az abszolútérték-, a négyzet- és az  $a/x$  függvény ábrázolása, tulajdonságaik, egyszerűbb, konkrét transzformáltjaik ábrázolása, ezek tulajdonságainak vizsgálata.
- Elsőfokú-, másodfokú-, abszolútérték-, törtfüggvényre vezető egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása.

**Ponthalmazok, alakzatok**

**Óraszám: 10 óra**

## **Cél**

- Nevezetes pontthalmazok átisméltése, a halmazszemlélet fejlesztése.
- A bizonyítási igény fejlesztése.
- A geometriai szemlélet fejlesztése a háromszögekkel kapcsolatos ismeretek alapján, szerkesztéseknél a diszkusszió és bizonyítás igényének fejlesztése.

## **Követelmény**

A tanuló

- ismerje és szerkesztési és egyszerűbb bizonyítási feladatokban tudja alkalmazni a megismert nevezetes ponthalmazokat, a nevezetes szög párokat,
- ismerje a háromszög oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti összefüggéseket, a háromszög nevezetes vonalainak és köreinek fogalmát, tulajdonságait, tudja ezeket alkalmazni szerkesztési feladatokban,
- ismerje a háromszögek egybevágóságát biztosító alapeseteket, ezek alapján tudjon háromszög-szerkesztési feladatokat elvégezni,
- legyen képes a szerkesztés menetét indokolni, egyszerű esetekben a feladatot diszkutálni.

## Tartalom

- Nevezetes ponthalmazok a síkban: szakaszfelező merőleges, szögfelező, kör, ponthalmazok a koordinátasíkon. Nevezetes szög párok.
- Nevezetes ponthalmazok a térben: szakaszfelező merőleges sík, a gömb.
- Összefüggés a háromszög oldalai, oldalai és szögei között, (szemlélet, tapasztalat alapján megfogalmazva), a háromszög szögei között (szemléltetés és nevezetes szög párokkal való bizonyítás).
- A háromszög oldalfelező merőlegesei, belső szögfelezői, magasságvonalai, beírt és köré írt köre.
- A háromszögek egybevágóságát biztosító alapesetek megfogalmazása, háromszögszerkesztések.
- A szerkesztési feladat lépései, a diszkusszió.

Geometriai transzformációk: **Óraszám: 11 óra**

## Cél

- A geometriai transzformáció fogalmának átisméltése.

- A tapasztalati megfogalmazás és az indoklás, bizonyítás megkülönböztetése.
- A megismert transzformációk tulajdonságainak felhasználása síkidomok tulajdonságainak bizonyítására.

## **Követelmény**

A tanuló

- ismerje a középpontos tükrözés, a pont körüli elforgatás, az eltolás fogalmát, ezeknek a transzformációknak a tulajdonságait. Ismerjen példákat nem egybevágósági transzformációra.
- Legyen képes alakzatok képét megszerkeszteni a felsorolt transzformációkban, tudja a transzformációkkal kapcsolatos ismereteit alkalmazni szerkesztési feladatokban,
- ismerje a középpontos szimmetria, a forgásszimmetria fogalmát, ismerjen fel ilyen szimmetriákkal rendelkező síkidomokat,
- ismerje a paralelogramma definícióját, tulajdonságait,
- ismerje a háromszög, a paralelogramma, a trapéz középvonalának fogalmát, tudja indokolni a tulajdonságaikat,

## **Tartalom**

- A tengelyes tükrözésről tanultak átvizsgálása.
- Példák nem egybevágósági transzformációkra; merőleges vetítés, pontból vetítés.
- Középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, tulajdonságaik, alkalmazásuk szerkesztési feladatokban.
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok, forgásszimmetrikus alakzatok, szabályos sokszögek,

- A paralelogramma és tulajdonságai, ekvivalens definíciók.
- A háromszög, a paralelogramma és a trapéz középvonala.
- Eltolás, az eltolás tulajdonságai.

Kombinatorika, valószínűség

**Óraszám: 4 óra**

## **Cél**

- A tanulók rendszerezőképességének fejlesztése elemek sorba rendezése kapcsán.
- Tapasztalatszerzés a véletlen jelenségekről és azok matematikai leírasi lehetőségéről.
- Matematikatörténeti érdekességek megismerése.

## **Követelmény**

A tanuló

- képletek ismerete nélkül tudja meghatározni különböző konkrét dolgok más és más szempontú lehetséges elrendezésének, kiválasztásának számát,
- keresse a rendszerezést és az összes lehetséges eset meghatározását,
- ismerje néhány magyar matematikus jelentőségét a kombinatorikus gráfelemélet megteremtésében.

## **Tartalom**

- Különböző tárgyak összes lehetséges sorrendjének módszeres összeszámlálása.
- Változatos konkrét példák.

**Matematika – két tanítási nyelvű képzés**

**9. évfolyam**

## Cél

A tanterv legfontosabb célja a kerettantervben megfogalmazottaknak megfelelően a rugalmas, fegyelmezett gondolkodásra nevelés, a kreativitás fejlesztése. Fontos cél annak megmutatása, hogy a matematika a kultúrtörténet része, hogy a matematikai ismeretek lehetővé teszik a világ jobb megismerését. A matematikai ismeretek alkalmazása, s a megfelelően fejlett gondolkodás biztosítja több tantárgy megfelelő szintű megértését, tanulását.

## Követelmény

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	9óra
2. Számтан, algebra	40óra
3. Összefüggések, függvények	15óra
4. Geometria	39óra
5. Valószínűség, statisztika	5óra
Az össz. óraszám	108óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 9óra
<b>Előzetes tudás</b>	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegetű használata. Gondolkodás;	

ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.
--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.  <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban.  <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok



		használata.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha... , akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nytított mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközzellegű használata.	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és

<p><i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés).</p>	<p>ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p>figyelembevétele.</p>
<p>Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás.</p>	<p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Logikai szita.</p>	<p>Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás,</p>

	(pl. minden feltételre figyelt-e).	ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete.  <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Gráf csúcsa, éle, csúcs foksáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ....., akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 41óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján elsőfokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.	

<p>Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően.</p> <p>Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.</p>
---

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész, Mersenne, Euler, Fermat)</p>	<p>A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.</p>	
<p>Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.</p>	<p>Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.</p>	
<p>A hatványozás azonosságai.</p>	<p>Korábbi ismeretekre való emlékezés.</p>	
<p>Számok abszolút értéke.</p>	<p>Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).</p>	<p><i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.</p>
<p>Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.</p>	<p>A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.</p>	<p><i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.</p>
<p>Számok normálalakja.</p>	<p>Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés,</p>

	A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	
$(a \pm b)^2$ , $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	<i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.
Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebontogatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékészlet vizsgálata, grafikus módszer). Egyszerű egyenletek paraméterrel.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő illetve ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás,	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok. <i>Informatika:</i>

	<p>kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele).</p> <p>A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.</p> <p>A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).</p>	<p>problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások.</p> <p><i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p> <p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.</p> <p><i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.</p>
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése..
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $ x+c =a \cdot b$ .	Definíciókra való emlékezés.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Elsőfokú egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények	Órakeret 15óra
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosságot leíró függvény. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége.  <i>Kémia:</i> egyenes arányosság.  <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto  ax+b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ( $a \neq 0$ ).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ( $x \geq 0$ ) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ( $ax \neq 0$ ) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény	<i>Fizika:</i> kinematika.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok

	összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.
Az <del><math>ax^2+bx+c</math></del> ( $a \neq 0$ ) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az <del><math>ax^2+bx+c</math></del> alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 40óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlkák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása,	



	számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal, bizonyítás nélkül).	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége.  <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége.  <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.
A körcikk területe. Egyenes arányosság a	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak	

középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján).	vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegységválasztás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás.  <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Thalész tétele, és alkalmazásai. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások.  <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban, részvétel szimmetrián alapuló játékokban.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.  <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.  <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.

Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 6 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiaagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szerzők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ megjelenítés.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).

	Számítógép használata.	<i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag., terjedelem, szórás. Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

<p><b>A fejlesztés várt eredményei a9. évfolyam végén</b></p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.</li> <li>–Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.</li> <li>–Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.</li> <li>–Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.</li> </ul> <p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.</li> <li>–Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.</li> <li>–Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.</li> <li>–A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.</li> </ul> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.</li> </ul>
---	---

- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

### *Geometria*

- Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

### *Valószínűség, statisztika*

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező

	képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni.
--	--

## Matematika – két tanítási nyelvű képzés

### 10. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	13óra
2. Számтан, algebra	41óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	9óra
4. Geometria	35óra
5. Valószínűség, statisztika	10óra
Az össz. óraszám	108óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 13óra
<b>Előzetes tudás</b>	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. <b>A matematikai tételek, állítások szerkezete.</b> Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés,	Kísérletezés, módszeres	Magyar nyelv és

<p>módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés).</p>	<p>próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvék és ellenérvék. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás.</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p><i>irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p>
<p>Állítás, <b>tétel</b>és megfordítása. <b>Szükséges feltétel, elegendő feltétel.</b> „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében.</p> <p>Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás. <b>Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv) konkrét példákon keresztül.</b></p>	<p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvék logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés.</p> <p>Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.</p> <p>Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
<p>Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”.</p> <p>(Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)</p>	<p>Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentés tartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben</p>	

	található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámolásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám).	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban.	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete.



Egyszerű hálózat szemléltetése.	Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.</p>
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Feltétel és következmény. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 41óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Egész kitevőjű hatványozás. Számolás algebrai kifejezésekkel. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. Négyzetgyök fogalma.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+bx+d}$ .	Megoldások ellenőrzése.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok.	

	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax+b>0$ (vagy $>0$ ) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ( $a \neq 0$ ).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Egyszerű paraméteres másodfokú egyenletek.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Gyöktényező alak. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép. Szélsőérték.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 9óra
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. A periodicitás kezelése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös	<b>Függvénytulajdonságok tudatos alkalmazása</b>	

egyenletek, egyenlőtlenségek megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok		
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg) tulajdonságai.	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. A permanencia-elv alkalmazása. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram.  <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények alkalmazása egyszerű egyenletek megoldásában.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Trigonometrikus függvény. Periodikusság. Grafikus megoldás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 35óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. A valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése: kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; hűrnégyszög fogalma, hűrnégyszögek tétele. Látószög; látószöghív mint speciális ponthalmaz (Thalész tételének általánosítása).</p>	<p>Korábbi ismeretek felelevenítése, új ismeretek beillesztése a korábbi ismeretek rendszerébe.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.</p>	<p>A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Hasonló alakzatok.</p>	<p>A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.</p>	
<p>A háromszögek hasonlóságának alapesetei.</p>	<p>Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.</p>	
<p>A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.</p>	<p>Új ismeretek matematikai alkalmazása.</p>	<p><i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.</p>
<p>Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.</p>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.</p>	

A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Vektorok a koordináta-rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben. A kiterjesztett szögfüggvényfogalom egyszerű alkalmazásai.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Kerületi szög, középponti szög, látószög. Húrnégyszög. Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet, vektorkoordináták. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 10óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Összeszámlálási alapeladatok. Százalékszámítás.	

<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.
---	---

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Valószínűségi kísérletek, az adatok rendszerezése, a valószínűség becslése.	A rendelkezésre álló adatok alapján jóslás a bekövetkezés esélyére.	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre.  Elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.
A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
A valószínűség klasszikus modelljének előkészítése egyszerű példákon keresztül.	A modell és a valóság kapcsolata.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Véletlen (valószínűségi) kísérlet. Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.	

<b>A fejlesztés várt eredményei a10. évfolyam</b>	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> –Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
---	---

<p><b>végén</b></p>	<p>–Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.  –Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.  –Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.</p> <p><i>Számтан, algebra</i></p> <p>–Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.  –Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.  –Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.  –Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.  –A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.</p> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <p>–A trigonometrikus függvények tulajdonságainak és grafikonjának alkalmazása egyszerű periodikus jelenségek, folyamatok vizsgálatára.  –A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).  –Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása trigonometrikus függvényeken.  –Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.</p> <p><i>Geometria</i></p> <p>–A körrel kapcsolatos ismeretek bővülésének hatása elméleti és gyakorlati számításokban.  –A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete.  –Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).  –Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.  –Vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.  –A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.</p>
---------------------	--



	<p>–A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.</p> <p>–A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.</p> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <p>–Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.</p> <p>–Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.</p> <p>–Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.</p> <p>–Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.</p> <p>–A valószínűségszámítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét a klasszikus modell alapján.</p>
--	---

## Matematika – két tanítási nyelvű képzés

### 11. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	11óra
2. Számtan, algebra	33óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	15óra
4. Geometria	35óra
5. Valószínűség, statisztika	14óra
Az össz óraszám	108óra

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási és megismerési módszerek</b>	<b>Órakeret 11óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása  <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 33óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	

<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).</p>
--	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.</p>	<p>A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.</p>	
<p>Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.</p>	<p>Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.</p>	
<p>Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.</p>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.</p>	
<p>A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.</p>	<p>Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).</p>	<p><i>Fizika;</i> <i>kémia:</i> radioaktivitás.  <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.</p>
<p>A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe a Kepler-törvények felfedezésében.</p>	<p>Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés.  <i>Kémia:</i> pH-számítás.  <i>Fizika:</i> Kepler-</p>

		törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia</i> : számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat</i> : zajszenyezés.  <i>Kémia</i> : pH-számítás.  <i>Biológia-egészségtan</i> : érzékelés, az inger és az érzet.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 15óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika</i> : periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram.  <i>Földrajz</i> : térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.

A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$ , $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ .	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata.
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika</i> ; <i>kémia</i> : radioaktivitás.  <i>Földrajz</i> : a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek</i> ; <i>földrajz</i> : globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika</i> ; <i>kémia</i> : radioaktivitás.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 35óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei.	

	Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Színusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Pitagoraszsi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszög szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris	A művelet újszerűségének felfedezése.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.

szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika</i> : vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika</i> : erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika</i> : hely megadása.
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika</i> : pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika</i> : pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Íránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika</i> : út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek	<i>Informatika</i> : pontthalmaz megjelenítése képernyőn

Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	(geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika</i> : ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika</i> : égitestek pályája.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 14óra
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre;	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika</i> : folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.



elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.		
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet: Rényi: Levelek a valószínűségről.</i>	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.	

<p><b>A fejlesztés várt eredményei a11. évfolyam végén</b></p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.</li> <li>–A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában.</li> <li>–Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.</li> <li>–Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.</li> <li>–A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.</li> <li>–A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.</li> <li>–A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani,.</li> <li>–A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.</li> </ul> <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.</li> <li>–A logaritmus fogalmának ismerete.</li> <li>–A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.</li> <li>–Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.</li> </ul>
--	--

	<p>–A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. –Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.</p> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <p>–Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása. –Függvénytranszformációk végrehajtása. –Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete. –Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése. –Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.</p> <p><i>Geometria</i></p> <p>–Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében. –A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. –A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. –Hosszúság és szög kiszámítása. –Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása. –Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása. –A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.</p> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <p>–A valószínűség matematikai fogalma. –A valószínűség klasszikus kiszámítási módja. –Mintavétel és valószínűség. –A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.</p>
--	--

## Matematika – két tanítási nyelvű képzés

### 12. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	8óra
2. Számтан, algebra	–
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	23óra

4. Geometria	30óra
5. Valószínűség, statisztika	15óra
6. Rendszerező összefoglalás	52óra
Az össz. óraszám	128óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 8óra
<b>Előzetes tudás</b>	Az „és”, „vagy”, „nem”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” szemléletes jelentése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” .	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések – események).	<i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok
A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		

<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Logikai művelet. Igazságtáblázat.
------------------------------------	-----------------------------------

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 0 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>		
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>		

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Lásd a Rendszerező összefoglalásnál.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 23óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak.	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.

Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 30óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögre, speciális háromszögre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlán és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengersizű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).  <i>Kémia:</i> kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Terület, felszín, térfogat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 15óra
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.	Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.	
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelelem, szórás. Nagy	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges	

adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szórás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret 52óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A középiskolai matematika anyaga.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.  <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból,

		ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia</i> : szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok,	Az azonosságok szerepének	<i>Fizika; kémia; biológia-</i>



hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$ , $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ . Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	

merőlegesen.		
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		

Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság,	

	egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.
--	--

<p><b>A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén</b></p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben.</li> <li>–Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.</li> <li>–Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.</li> <li>–A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.</li> <li>–A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.</li> </ul> <p><i>Számтан, algebra</i></p> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.</li> <li>–A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.</li> <li>–Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása speciális síkidomok és testek esetében.</li> </ul> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.</li> <li>–A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségiproblémákat tudják értelmezni, kezelni.</li> <li>–Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.</li> </ul> <p><i>Összességében</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudássegítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.</li> <li>–Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.</li> <li>–Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.</li> <li>–Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.</li> <li>–Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok</li> </ul>
---	--

	<p>megoldásához célszerű ábrákat készíteni.</p> <p>–A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.</p> <p>–A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.</p> <p>–A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.</p> <p>–A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.</p>
--	--

## Feltételek

Nyomtatott taneszközök:

Kosztolányi-Kovács-Pintér-Urbán-Vincze:Sokszínű matematika9.

Kosztolányi-Kovács-Pintér-Urbán-Vincze:Sokszínű matematika10.

Kosztolányi-Kovács-Pintér-Urbán-Vincze:Sokszínű matematika11.

Kosztolányi-Kovács-Pintér-Urbán-Vincze:Sokszínű matematika12.

Matematika feladatgyűjteményI..

Geometriai feladatok gyűjteményel.

Geometriai feladatok gyűjteményelII.

Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából

Egységes érettségi feladatgyűjtemény:MatematikaI.

Egységes érettségi feladatgyűjtemény:MatematikaII

.Négyjegyű függvénytáblázatok

## Értékelés

Folyamatos megfigyelés, korrekció.

Csoportos és egyéni szóbeli számonkérés.

Otthoni önálló munka értékelése.

Projekt munka értékelése.

Diagnosztizáló felmérés.

Témazáró feladatlapos felmérés. (A félévi, év végi jegyek megállapításánál kiemelt súlyú.)

Témazáró feladatlapok értékelése:	0-25%	elégtelen
	26-40%	elégséges
	41-60%	közepes
	61-80%	jó
	81-100%	jeles